

Au cœur du nombre 12

Mireille Gaillard

<http://plaisir-des-nombres.com> - contact@plaisir-des-nombres.com

Atelier de manipulation des réglettes de Cuisenaire
18h30, Bibliothèque la Ferté Saint Aubin

23 février 2018

Ce document récapitule les questions et les manipulations proposées lors de cet atelier Cuisenaire. Toutes les questions n'ont pas été abordées faute de temps. Tout ce qui a été proposé à cet atelier est normalement vu par les enfants dans une progression scolaire, après plusieurs semaines et mois de travail avec les réglettes, de prise en main, d'appropriation des longueurs, des couleurs. Le vocabulaire précis utilisé dans ce qui suit est - en apprentissage réel - introduit très progressivement, en plusieurs mois. Ce qui suit est donc très condensé...

1 Décomposition du nombre douze par addition et soustraction

Observons le tableau du nombre douze fait de trains de deux réglettes. En lisant ce tableau ligne par ligne, on découvre les décompositions additives du nombre 12, c'est-à-dire toutes les combinaisons de deux réglettes ou plus qui permettent d'obtenir le nombre douze. Lorsque les réglettes laissent la place aux nombres, l'écriture remplace alors l'oral.

On peut alors écrire :

$$9 + \dots = 12 \qquad 10 + \dots = 12 \qquad 12 = \dots + 5 \qquad (1)$$

$$\dots + 7 = 12 \qquad 3 + \dots = 12 \qquad 12 = 2 + \dots \qquad (2)$$

$$1 + \dots = 12 \qquad 12 = 4 + \dots \qquad \dots + 6 = 12 \qquad (3)$$

$$6 + \dots = 12 \qquad 11 + \dots = 12 \qquad 8 + \dots = 12 \qquad (4)$$

D'autre part, en retirant les réglettes de droite (ou celles de gauche), on visualise la différence entre douze et les autres nombres plus petits. De même lorsque l'oralité fait place à l'écrit, on obtient, ainsi, par exemple :

$$12 - \dots = 9 \qquad 12 - \dots = 10 \qquad 5 = 12 - \dots \qquad (5)$$

$$\dots - 7 = 5 \qquad 12 - \dots = 3 \qquad 12 - 2 = \dots \qquad (6)$$

$$\dots - 1 = 11 \qquad 12 - 4 = \dots \qquad \dots = 12 - 6 \qquad (7)$$

$$12 - 6 = \dots \qquad 12 - \dots = 11 \qquad \dots - 4 = 8 \qquad (8)$$

2 Combien de diviseurs pour le nombre douze ?

Observons le tableau du nombre douze fait de trains d'une seule couleur chacun et d'autant de réglettes que nécessaire pour égaler le train orange et rouge : un train rouge de six réglettes, un train vert clair de quatre réglettes, un train rose de trois réglettes... Et posons les questions suivantes :

- Combien de fois voit-on la réglette rouge ? C'est-à-dire combien de réglettes rouges sont posées pour égaliser le train orange et rouge ? Après la manipulation, place aux nombres et cette question est reprise alors sous la forme : combien de fois deux est-il contenu dans douze ?
- En douze, combien de fois trois ?
- Combien de fois douze contient-il quatre ?
- Et en douze, combien de fois six ?

Et douze contient aussi plusieurs fois le nombre cinq, qui n'est pas un diviseur :

- Combien de fois douze contient-il cinq ? Si besoin, voyons combien de réglettes jaunes peuvent être mises bout à bout pour égaler le train orange et rouge et par quelle réglette faut-il compléter la longueur du train jaune ?

3 Décomposition par la multiplication et la division

Lorsque les réponses à la section précédente sont claires, et si les enfants sont prêts pour cela, on peut passer à l'étape abstraite de l'écriture : $12 = 2 \times 6$; $12 = 3 \times 4$; $12 = 4 \times 3$; $12 = 2 \times 5 + 2$; $12 = 6 \times 2$; $12 = 12 \times 1$.

Et comme pour les décompositions additives et soustractives, on peut s'entraîner à lire des équations :

$$12 \div \dots = 12 \qquad 12 = \dots \times 1 \qquad (9)$$

$$\dots = 12 \div 2 \qquad 6 \times \dots = 12 \qquad (10)$$

$$12 \div 3 = \dots \qquad 12 = 4 \times \dots \qquad (11)$$

$$3 = \dots \div 4 \qquad 3 \times \dots = 12 \qquad (12)$$

$$12 \div \dots = 2 \text{ reste } 2 \qquad 12 = 2 \times 5 + \dots \qquad (13)$$

$$2 = \dots \div 6 \qquad \dots \times 6 = 12 \qquad (14)$$

$$12 \div 12 = \dots \qquad \dots = 1 \times 12 \qquad (15)$$

4 Les fractions de douze

Quelle est la fraction (la partie) du nombre douze lorsqu'on le partage (ou divise) en deux parties exactement égales ? Pour répondre regardez le tableau et cherchez un train d'une seule couleur composé de deux réglettes seulement. Cette partie est vert foncé : il faut bien deux réglettes vert foncé pour égaler le train orange et rouge. Alors, une seule réglette vert foncé s'appelle un demi du train orange et rouge. Après la manipulation à l'oral, passons à l'écrit. Avec les nombres, on traduit ce que l'on vient de trouver par : $12 \div 2 = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

Et on procède ainsi pour toutes les fractions de douze que l'on peut trouver.

Ainsi, le nombre douze peut être coupé en trois parts égales, une seule part vaut un tiers. Ce que l'on traduit à l'écrit par : $12 \div 3 = \frac{1}{3} \times 12 = 4$.

En quatre parts égales, une seule part s'appelle un quart. On traduit cela à l'écrit par : $12 \div 4 = \frac{1}{4} \times 12 = 3$ etc

À quel nombre (ou à quelle réglette) correspond :

$$\frac{1}{12} \times 12$$

$$\frac{3}{12} \times 12$$

$$\frac{4}{12} \times 12$$

$$\frac{6}{12} \times 12$$

$$\frac{8}{12} \times 12$$

Trouvez la valeur des fractions suivantes, c'est-à-dire à quelle rnombre elles sont égales :

$$\frac{9}{12} \times 12$$

$$\frac{11}{12} \times 12$$

$$\frac{5}{6} \times 12$$

$$\frac{3}{4} \times 12$$

5 Comparaison de fractions

Comparez les fractions suivantes, si besoin en regardant les trains faits d'une seule couleur. Seule l'observation du tableau de douze doit être utilisée, car toutes les réponses se trouvent dedans, il n'y a rien à « deviner » ou à « calculer ».

Entre celles de gauche et celles de droite, quelle est la plus grande, la plus petite ou sont-elles égales ?

$\frac{3}{12} \times 12$	$\frac{2}{12} \times 12$	$\frac{1}{6} \times 12$
$\frac{6}{12} \times 12$	$\frac{4}{12} \times 12$	$\frac{1}{4} \times 12$
$\frac{4}{6} \times 12$	$\frac{5}{12} \times 12$	$\frac{1}{3} \times 12$
	$\frac{2}{3} \times 12$	$\frac{1}{2} \times 12$
	$\frac{2}{3} \times 12$	$\frac{2}{3} \times 12$

6 Des équations pour le nombre 12

Essayons de résoudre les équations suivantes. Observons bien les tableaux et souvenons-nous que le contenu des parenthèses doit toujours être calculé en premier et que « rien » est représenté par le nombre zéro :

$9 + \dots = 12$	$10 + \dots = 12$	$12 = \dots + 5$
$2 \times 6 = \dots$	$1 + 2 + 3 + 4 = 12 - \dots$	$12 - (2 \times 5) = \dots$
$(2 \times 5) + 1 = 12 - \dots$	$12 = (3 \times 3) + \dots$	$\frac{3}{2} \times (6) = 12 - \dots$
$12 - 11 + 10 = \dots$	$12 - 9 - 1 + 3 = \dots$	$12 = 1 + \dots$
$6 + (2 \times 3) = \dots$	$12 - 2 = 2 \times \dots$	$\frac{2}{5} \times (12 - 2) = \dots$
$12 - 10 + 5 - 6 = \dots$	$12 - \dots = 12$	$12 = 12 + \dots$

Entraînons-nous au calcul mental avec des équations comme celles-ci. si besoin, rappelez-vous que toutes les réponses se trouvent dans les tableaux du nombre :

$$12 - (2 \times \dots) = 4 \qquad \left(\frac{1}{3} \times 9\right) + \dots = 12 \qquad 12 = \left(\frac{1}{2} \times 10\right) + \dots \quad (16)$$

$$12 - 7 = \left(\frac{1}{2} \times \dots\right) \qquad 8 = 12 - (2 \times \dots) \qquad 12 = (8 \div 2) + \dots \quad (17)$$

$$(18)$$

7 Douze, c'est quelle fraction de ... ?

Pour finir, jouons avec les relations entre les nombres. Le nombre douze est aussi une fraction de certains des nombres plus petits que lui. Si l'étape de manipulation est nécessaire, alors, il

suffit de regarder le tableau du nombre douze pour trouver ces réponses. Il s'agit vraiment de jouer avec les différents trains présents dans le tableaux.

Par exemple, qu'est-ce que douze par rapport à neuf ?

$$12 = 4 \times 3 = 4 \times \left(\frac{1}{3} \times 9\right) = \frac{4}{3} \times 9$$

$$12 = 2 \times 6 = 2 \times \left(\frac{2}{3} \times 9\right) = \frac{4}{3} \times 9$$

Un autre exemple : qu'est-ce que douze par rapport à huit ?

$$12 = 3 \times 4 = 3 \times \left(\frac{1}{2} \times 8\right) = \frac{3}{2} \times 8$$

$$12 = 6 \times 2 = 6 \times \left(\frac{1}{4} \times 8\right) = \frac{6}{4} \times 8$$

Posez-vous ce type de question pour trouver quelle fraction du nombre sept représente douze. Puis du nombre six...